

Der Einfluß der Reynoldszahl auf die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgittern

Gersten, Klaus

Veröffentlicht in:
Abhandlungen der Braunschweigischen
Wissenschaftlichen Gesellschaft Band 11, 1959, S.5-19



Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig

Der Einfluß der Reynoldszahl auf die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgittern¹⁾

Von Klaus Gersten

Vorgelegt von Herrn H. Schlichting

(Eingegangen am 31. 8. 1958)

Summary: A survey is presented about the influence of Reynolds Number on the flow losses in two-dimensional cascades. Primarily the Reynolds Number effect is depending on the pressure distribution of the blade, but also on the transition from laminar to turbulent flow and on the surface roughness. Generally the losses are considerably decreasing, when the Reynolds Number increases. Furthermore, the pattern of flow through the cascade changes considerably with variation of Reynolds Number. There are three different types of flow in the boundary layer: 1) Separation of the laminar boundary layer near the leading edge at low Reynolds Numbers, 2) local separation of the laminar boundary layer enclosing a "bubble of turbulence" and 3) at high Reynolds Numbers usual transition from laminar to turbulent flow, separation of turbulent boundary layer near trailing edge.

From the presented examples it can be shown that the Reynolds Number effect on the flow losses in cascades can be calculated by theoretical methods in a very good manner, as long as separation of boundary layer is insignificant.

Übersicht: Es wird eine zusammenfassende Darstellung des Einflusses der Reynoldszahl auf die Strömungsverluste von ebenen Schaufelgittern gegeben. Der Einfluß der Reynoldszahl hängt in erster Linie von der Druckverteilung am Profil ab, aber auch von der Lage des Umschlagpunktes laminar-turbulent und der Oberflächenrauigkeit. Außerdem tritt mit der Änderung der Reynoldsschen Zahl auch eine grundlegende Änderung im Charakter der Strömung auf. Man kann drei Gebiete unterscheiden: laminare Ablösung in Vorderkantennähe bei kleinen Reynoldszahlen, laminare Ablösung mit turbulentem Wiederanlegen und schließlich bei großen Reynoldszahlen natürlicher Umschlag laminar-turbulent mit turbulenter Ablösung in Hinterkantennähe.

An Hand von Beispielen wird gezeigt, daß der Einfluß der Reynoldszahl auf die Strömungsverluste sehr gut von der Grenzschichttheorie wiedergegeben werden kann, solange keine Ablösung oder nur geringe Ablösung in Hinterkantennähe auftritt.

1. Einleitung

Das ebene Schaufelgitter entsteht durch Abwickeln eines coaxialen Zylinderschnittes durch das Lauf- oder Leitrad einer Strömungsmaschine von axialer Bauart. Es hat die Aufgabe, eine Umlenkung der Strömung und eine Druckumsetzung beim Durchströmen des Gitters hervorzurufen. In erster Näherung läßt sich die Wirkungsweise eines solchen Gitters durch eine potentialtheoretische Behandlung der Strömung erklären [1]. Da die Flüssigkeit dabei als reibungsfrei vorausgesetzt ist, erhält man keine Aussagen über die Verluste im Gitter (d'Alembertsches Paradoxon).

Kenntnisse über die wirklichen Strömungsvorgänge im Gitter und insbesondere über die Strömungsverluste bekommt man daher nur bei Berücksichtigung der Flüssigkeitsreibung [2], [3]. Der Reibungseinfluß wird charakterisiert durch die Reynoldszahl $Re_z = w_z l / \nu$, die das Verhältnis der

¹⁾ Aus dem Institut für Strömungsmechanik der Technischen Hochschule Braunschweig. Diese Untersuchungen wurden durch die Deutsche Forschungsgemeinschaft unterstützt.

Tragheitskräfte zu den Zähigkeitskräften in der strömenden Flüssigkeit darstellt. Dabei ist w_2 die Abströmgeschwindigkeit weit hinter dem Gitter (Abb. 1), l die Sehnenlänge einer Schaufel und ν die kinematische Zähigkeit des strömenden Mediums. Eine Zunahme der Reynoldszahl bedeutet eine Abnahme der Zähigkeitskräfte und daher auch des Reibungseinflusses im Gitter [4], [5].

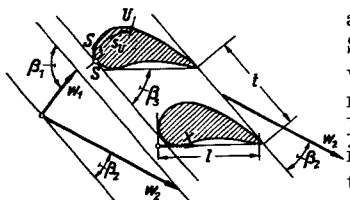


Abb. 1 Bezeichnungen am Schaufelgitter. S = Staupunkt, U = Umschlagpunkt, l = Profiltiefe, s = Koordinate auf der Kontur, vom Staupunkt zählend, t = Lage des Umschlagpunktes, t = Teilung, β_s = Schaufelwinkel, β_1 = Zuflöswinkel, β_2 = Abflöswinkel, w_1 = Zuflösgeschwindigkeit, w_2 = Abflösgeschwindigkeit. Dargestelltes Beispiel: Turbinengitter: $t/t = 1,0$; $\beta_s = 50^\circ$.

Im folgenden wird der Reibungseinfluß auf die Gitterströmung, insbesondere auf die Strömungsverluste, und seine Abhängigkeit von der Reynoldszahl untersucht. Die Frage nach der Änderung der charakteristischen Daten eines Gitters mit der Reynoldszahl ist von besonderer Bedeutung bei der Übertragung von Meßergebnissen aus Modellversuchen auf die Großausführung einer Strömungsmaschine (Kennzahlaufwertung). Oftmals stimmen die Reynoldszahlen bei Modell- und Großausführung nicht überein, und wie aus dem Folgenden hervorgeht, kann eine Abweichung der Reynoldsschen Zahlen zu starken Abweichungen vor allem der Verlustbeiwerte führen. Neben einer allgemeinen

Darstellung des Reynoldszahleinflusses soll insbesondere die Frage erörtert werden, inwieweit dieser Einfluß mit den Methoden der Grenzschichttheorie auf rein theoretischem Wege erfaßt werden kann.

2. Einfluß der Druckverteilung auf die Strömungsverluste

Ebenso wie der Widerstand eines Einzelprofiles werden die Strömungsverluste eines Schaufelgitters hervorgerufen durch die Bildung einer Reibungsschicht oder Grenzschicht an den Schaufelkonturen und durch eine etwaige Strömungsablösung. Es besteht daher eine große Ähnlichkeit zwischen den Vorgängen am Schaufelgitter und am Einzelprofil, welches auch als Sonderfall eines Gitters mit unendlich großer Teilung angesehen werden kann.

Der Widerstand eines Einzelprofiles besteht im allgemeinen aus zwei Anteilen, dem Reibungswiderstand und dem Druckwiderstand. Der Reibungswiderstand rührt von den Schubkräften her, die von der Strömung auf die Körperkontur übertragen werden, während Druckwiderstand auftritt, wenn infolge Ablösung der Grenzschicht die potentialtheoretische Druckverteilung am Profil geändert wird und die Resultierende der Druckkräfte auch eine Widerstandskomponente besitzt. Die längsangeströmte Platte ist ein Beispiel für reinen Reibungswiderstand und die Kreiszylinderströmung für einen Fall mit überwiegend (95 %) Druckwiderstand. Bei der Umströmung eines beliebigen Körpers hängt es von der Geometrie des Profiles und damit von der Druckverteilung ab, ob der Reibungswiderstand oder der Druckwiderstand überwiegt. Immer dann, wenn der Druckverlauf einen so starken Druckanstieg enthält, daß die Strömung zur Ablösung kommt, überwiegt der Druckwiderstand. Von den Strömungen an der längsangeströmten Platte und am Kreiszylinder weiß man folgendes über den Einfluß der Reynoldszahl:

- a) Bei Körpern mit überwiegendem Reibungswiderstand (ebene Platte — keine Ablösung) zeigt der Widerstand eine starke Abhängigkeit von der Reynoldszahl. Die Vorgänge lassen sich mit den Methoden der Grenzschichttheorie auch rechnerisch erfassen.
- b) Bei Körpern mit überwiegendem Druckwiderstand (starke Ablösung) zeigt der Widerstand keine Abhängigkeit von der Reynoldszahl, abgesehen von einem plötzlichen Übergang vom unterkritischen in den überkritischen Zustand bei einer bestimmten Reynoldszahl, der sogenannten kritischen Reynoldszahl. Wegen der Ablösung der Strömung ist hierbei eine theoretische Berechnung nicht möglich.

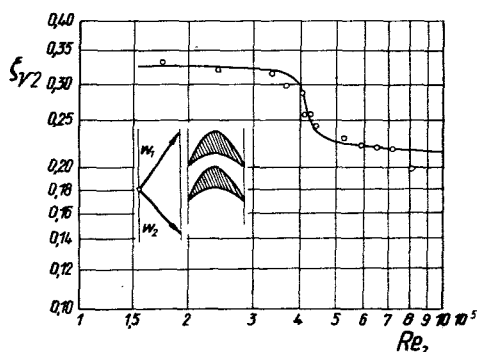


Abb. 2. Verlustbeiwert $\zeta_{V2} = \Delta q / q_{\text{stat}}$ eines Umlenkglitters nach Gl (3) in Abhängigkeit von der Reynoldszahl $Re_2 = w_2 l^* / \nu$ nach [7]. l^* = halber Profillumfang.

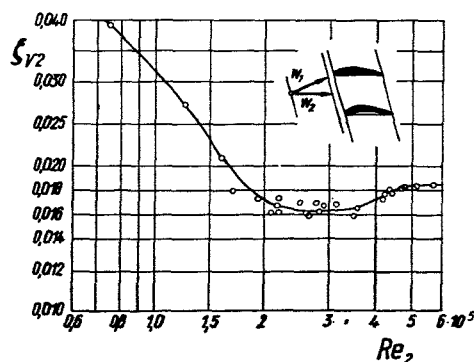


Abb. 3. Verlustbeiwert $\zeta_{V2} = \Delta q / q_{\text{stat}}$ eines Turbinenglitters nach Gl (3) in Abhängigkeit von der Reynoldszahl $Re_2 = w_2 l^* / \nu$ nach [7]. l^* = halber Profillumfang.

Dieselbe Unterteilung wie beim Einzelprofil ist auch im Schaufelgitter möglich. In [6] wurden zwei Schaufelgitter behandelt, die gerade diesen beiden Fällen entsprechen, und zwar das Plattengitter mit reinen Reibungsverlusten und das Kreiszylindergitter mit überwiegend Druckverlusten. Bei einem beliebigen Schaufelgitter hängt es wesentlich von der Art der Druckverteilung ab, ob die Verluste durch Reibungskräfte oder durch Druckkräfte entstehen.

Enthält die Druckverteilung starke Druckanstiege, die zur Ablösung der Strömung führen, dann ergeben sich Verluste durch Druckkräfte. Wie Abb. 2 an dem Beispiel eines Umlenkgiters nach [7] zeigt, ist der Verlustbeiwert ζ_{v_2} infolge starker Strömungsablösung im wesentlichen von der Reynoldszahl unabhängig und wechselt nur bei etwa $Re_2 = 4 \cdot 10^5$ ziemlich plötzlich vom unterkritischen auf den überkritischen Wert.

Solche Gitteranordnungen mit Strömungsablösung und damit hohen Verlusten sind naturgemäß in der Strömungsmaschine unerwünscht wegen des daraus folgenden schlechten Wirkungsgrades. Wir werden uns daher im folgenden nur mit Gitteranordnungen beschäftigen, die vorwiegend Reibungsverluste besitzen mit keiner oder nur geringer Ablösung der Strömung. Abb. 3 zeigt am Beispiel eines Turbinengitters nach [7] die starke Abhängigkeit des Verlustbeiwertes ζ_{v_2} von der Reynoldszahl, was auf ein Überwiegen der Reibungskräfte hindeutet. Man erkennt deutlich die Ähnlichkeit mit dem Verlauf des Reibungswiderstandes an der längsangeströmten ebenen Platte, vgl. [2].

3. Die verschiedenen Strömungsformen in den einzelnen Reynoldszahlbereichen

Ebenso wie am Einzelprofil kann sich auch am Schaufelgitter durch Variation der Reynoldszahl bei sonst festen Strömungsbedingungen unter Umständen der Charakter der gesamten Strömung wesentlich ändern. Analog zu den Ergebnissen am Einzelprofil [8], [9], [10] unterscheidet man auch beim Schaufelgitter drei verschiedene Strömungszustände:

- a) Bei sehr kleinen Reynoldszahlen liegt eine rein laminare Grenzschicht vor, die entsprechend der Druckverteilung in einem bestimmten, von der Reynolds-Zahl unabhängigen Punkt, meist dicht an der Profilnase, zur Ablösung kommt (laminare Ablösung, leading-edge stall).
- b) Bei größeren Reynoldszahlen löst die laminare Grenzschicht zwar auch noch ab; durch die Ablösung erfolgt jedoch ein Umschlag in die turbulente Strömungsform, was zu einem Wiederanlegen der turbulenten Grenzschicht etwas weiter stromabwärts führt. Es entsteht also eine sogenannte laminare Ablösungsblase (bubble) zwischen den Punkten laminarer Ablösung und turbulenten Wiederanlegens [11]. Mit zunehmender Reynoldszahl wandert der Punkt des turbulenten Wiederanlegens von der Hinterkante weiter nach vorn, bis er schließlich den von der Reynoldszahl unabhängigen Punkt der laminaren Ablösung erreicht, d. h. bis die Länge der Ablösungsblase bis auf Null abgenommen hat (laminares Ablösen mit turbulentem Wiederanlegen, thin-airfoil stall).
- c) Bei genügend großen Reynoldszahlen erfolgt vor der laminaren Ablösung ein natürlicher Umschlag von der laminaren in die turbulente Grenzschicht, wobei der Umschlagpunkt mit zunehmender Reynoldszahl weiter nach vorn wandert. Die turbulente Grenzschicht löst dann, wenn überhaupt, erst in der Nähe der Hinterkante von der Kontur ab (turbulentes Ablösen, trailing-edge stall). Natürlich kann auch schon im Fall b) die hinter der laminaren Ablösungsblase liegende turbulente Grenzschicht nahe der Hinterkante zur Ablösung kommen.

Für die in Abb. 4 dargestellte Anordnung eines Pumpengitters sind in Abb. 5 die Druckverteilungen für drei verschiedene Reynoldszahlen angegeben, denen die drei eben genannten Strömungszustände entsprechen [12]. Zur kleinsten Reynoldszahl von $Re_2 = 0,31 \cdot 10^5$ gehört eine Druckverteilung, aus

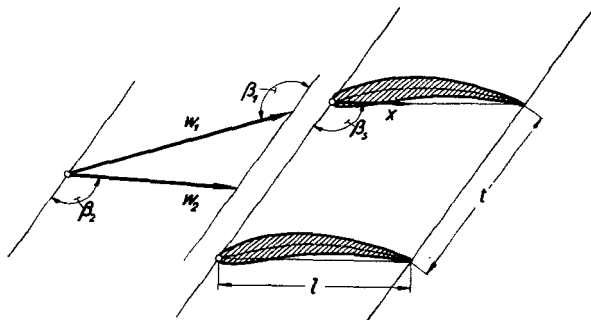


Abb. 4. Anordnung eines Pumpengitters. Teilungsverhältnis $t/l = 1,0$; Schaufelwinkel $\beta_s = 126^\circ$; Zuströmwinkel $\beta_1 = 140^\circ$; Abströmwinkel $\beta_2 = 121^\circ$.

der sehr deutlich die starke Ablösung und die dadurch bedingte wesentliche Abweichung vom Druckverlauf der beiden anderen Beispiele zu erkennen ist. Bei etwa doppelter Reynoldszahl ($Re_2 = 0,54 \cdot 10^5$) sieht man deutlich auf der Saugseite das Gebiet der Ablösungsblase zwischen 40 % und 70 % der Profiltiefe; danach steigt jedoch der Druck wieder weiter an, was auf turbulentes Wiederanlegen hindeutet. Schließlich entspricht der Reynoldszahl von $Re_2 = 4,27 \cdot 10^5$ die Strömung mit einem natürlichen Umschlag in der turbulenten Strömung, die nicht zur Ablösung kommt, so daß sich die potentialtheoretische Druckverteilung einstellt. Für die dazugehörenden Verlustbeiwerte zeigt Abb. 6 die Abhängigkeit von der Reynoldszahl. Man sieht deutlich den starken Anstieg der Verluste bei den kleinen Reynoldszahlen.

Bei diesen Versuchen wurde festgestellt, daß im Bereich laminarer Ablösung der Ablösungspunkt mit abnehmender Reynoldszahl etwas nach hinten wanderte, was scheinbar im Widerspruch zu dem oben Gesagten

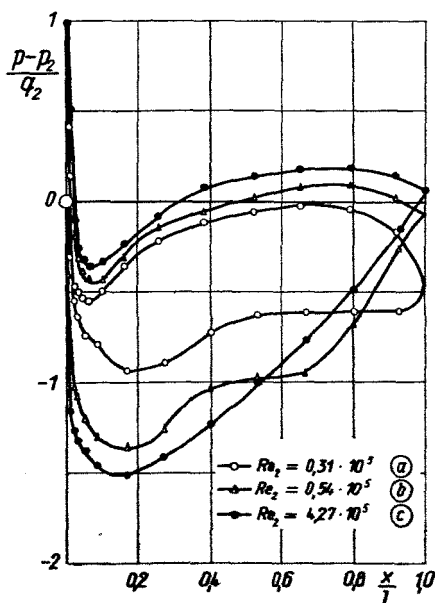


Abb. 5. Druckverteilung an der Schaufel des Pumpengitters nach Abb. 4 für drei verschiedene Reynoldszahlen nach [12]. Die dazugehörigen Strömungsformen sind in Abb. 6 skizziert.

steht. Der Grund hierfür liegt in der Verdrängungswirkung der Grenzschicht, deren Dicke mit kleiner werdender Reynoldszahl zunimmt und damit den Kanal zwischen den Schaufeln verengt, was einer Beschleunigung gleichkommt, welche die Ablösung günstig beeinflusst.

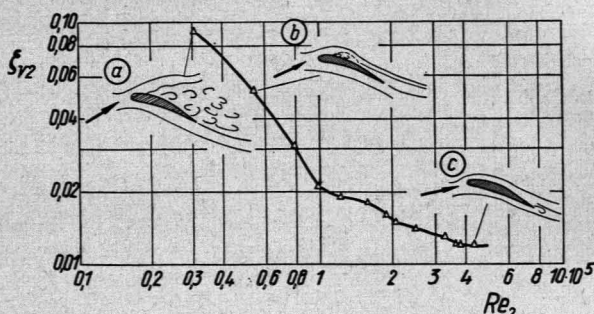


Abb. 6. Verlustbeiwert $\zeta_{r2} = \Delta q/q_2$ des Pumpengitters nach Abb. 4 in Abhängigkeit von der Reynoldszahl $Re_2 = w_2 l/\nu$. Den drei besonders gekennzeichneten Punkten entsprechen die Druckverteilungen von Abb. 5.

- (a) Laminares Ablösen
- (b) Laminares Ablösen mit turbulentem Wiederanlegen (bubble)
- (c) Natürlicher Umschlag laminar-turbulent mit turbulentem Ablösen.

Die geschilderte Änderung des Strömungscharakters mit der Reynoldszahl ist von großer Bedeutung für die Modellversuchstechnik. Infolge Verkleinerung der Modellabmessungen gegenüber der Großausführung kann die Reynoldszahl so klein werden, daß statt des gewünschten Strömungszustandes c) mit geringer Ablösung im Modell der Zustand a) mit starker Ablösung vorliegt. Diese Schwierigkeit läßt sich oftmals durch Verwendung eines Turbulenzdrahtes („Stolperdrahtes“) beseitigen. Ist die Reynoldszahl im Versuch so klein, daß

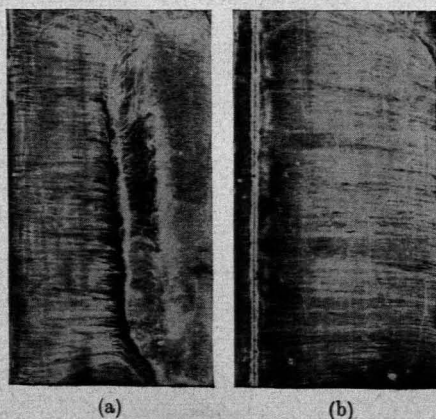


Abb. 7. Einfluß eines Turbulenzdrahtes auf die Strömung an der Saugseite einer Turbinengitterschaufel. Reynoldszahl $Re_2 = w_2 l/\nu = 1.7 \cdot 10^4$, Schaufelwinkel $\beta_s = 70^\circ$, Zuströmwinkel $\beta_1 = 90^\circ$, Teilungsverhältnis $t/l = 0.82$, Profil NACA 8410. Die Strömung erfolgt von links nach rechts.

- (a) ohne Turbulenzdraht
- (b) mit Turbulenzdraht

laminare Ablösung auftritt, dann wird auf die Schaufeloberfläche in der Nähe der Vorderkante ein dünner Draht aufgeklebt, durch den die Strömung künstlich turbulent gemacht wird, bevor die laminare Ablösung einsetzen kann. In Abb. 7 ist an Hand von zwei Strömungsbildern der Einfluß eines solchen Turbulenzdrahtes dargestellt. Die Photos zeigen die Wandstromlinienbilder auf der Saugseite einer Gitterschaukel, sichtbar gemacht durch Anstrich einer Mischung von Aluminiumoxyd und Petroleum. Die starke Ablösung der Strömung in Abb. 7a konnte durch Anbringen des Turbulenzdrahtes (Abb. 7b) völlig zum Anliegen gebracht werden.

Für besonders günstige Druckverteilungen am Profil (z. B. Beschleunigungsgitter mit schwacher Belastung), bei denen die laminare Grenzschicht keine Ablösung oder nur geringe Ablösung nahe der Hinterkante aufweist, sind die Verhältnisse sehr ähnlich denen an der längsangeströmten ebenen Platte, und es ergeben sich statt der dargestellten drei Bereiche die folgenden drei Bereiche:

- a) Für kleine Reynoldszahlen ist die Grenzschicht rein laminar. Die Verlustbeiwerte sind wie bei der ebenen Platte proportional zu $Re^{-1/2}$ (laminarer Bereich).
- b) Bei einer bestimmten kritischen Reynoldszahl erfolgt in der Nähe der Hinterkante der Umschlag ins turbulente, der dann mit zunehmender Reynoldszahl nach vorn wandert (Übergangsbereich). Obwohl sonst mit wachsender Re -Zahl die Verluste abnehmen, kann es in diesem Übergangsbereich zu einer Zunahme der Verluste kommen, da durch das Wandern des Umschlagpunktes zur Vorderkante das laminare Laufstück immer mehr abnimmt zu Gunsten einer längeren Strecke mit turbulenter Grenzschicht, für die bekanntlich die Reibungskräfte wesentlich größer sind als im laminaren Fall. Der leichte Anstieg der Verluste bei $Re_2 = 4 \cdot 10^5$ in Abb. 3 dürfte darauf zurückzuführen sein.
- c) Bei sehr großen Reynoldszahlen besteht der turbulente Strömungszustand praktisch schon von der Vorderkante ab (vollturbulenter Bereich). In diesem Fall ändern sich die Verlustbeiwerte proportional zu $Re^{-1/4}$.

Nach [7] läßt sich aus dieser Analogie mit der längsangeströmten ebenen Platte für Schaufelgitter auch die kritische Reynoldszahl angeben, die den Übergang von rein laminarer zu rein turbulenter Strömung angibt. Man erhält für die kritische Reynoldszahl ungefähr den Zahlenwert wie bei der ebenen Platte:

$$Re_{krit} = \frac{w_{2th} \cdot l^*}{\nu} = 5 \cdot 10^5,$$

wenn man die Reynoldszahl mit der Abströmgeschwindigkeit w_{2th} der reibungslosen Strömung und mit dem halben Profillumfang l^* bildet.

Im folgenden sollen jetzt nur noch Gitterströmungen bei höheren Reynoldszahlen behandelt werden, bei denen also schon nahe an der Nase der Umschlag in turbulente Strömung einsetzt. Wie neuere Untersuchungen [14] gezeigt haben, sind die kritischen Reynoldszahlen in der ausgeführten Maschinenstufe kleiner als im stehenden, geraden Schaufelgitter, d. h. in Fällen, wo nach den Gitterversuchen noch laminare Ablösung auftreten müßte, liegen in der Maschine durchaus schon turbulente Strömungsformen vor. Die durch Zentrifugal- und

Corioliskräfte ausgelöste Sekundärströmung und vielleicht auch der höhere Turbulenzgrad in der Maschine fördern offenbar in hohem Maße den Umschlagvorgang, so daß es nicht mehr zu laminaren Ablösungen mit sehr großer Wirkungsgradverschlechterung kommt. Natürlich werden trotzdem noch bei extrem kleinen Reynoldszahlen (z. B. bei Turbomaschinen in großen Höhen) auch in der Maschine Gebiete mit laminaren Abströmungen erreicht, wie man aus Wirkungsgradmessungen her weiß [4]. Diese Strömungsvorgänge sind noch weitgehend unerforscht und vor allem von theoretischer Seite nicht erfaßbar.

4. Berechnung der Verlustbeiwerte

4.1 Berechnungsformeln für Strömung ohne Ablösung

In [3] wird ein Verfahren angegeben, um die Reibungseinflüsse und insbesondere die Strömungsverluste in Schaufelgittern zu berechnen. Danach wird aus der als bekannt vorausgesetzten potentialtheoretischen Geschwindigkeitsverteilung $w_K(s)$ längs der Profilkontur (vgl. Abb. 1) zunächst die Impulsverlustdicke ϑ_H an der Hinterkante aus der Gleichung

$$\frac{\vartheta_H}{l} = \left(\frac{w_2}{w_{2\text{kor}} } \right)^3 \left[C + \left(\frac{c_f}{2} \right)^{\frac{5}{4}} \int_{\text{turb}}^{\frac{s_H}{l}} \left(\frac{w_K}{w_2} \right)^{3,5} d\left(\frac{s}{l} \right) \right]^{\frac{4}{5}} \quad (1)$$

mit

$$C = \left\{ \left(\frac{c_f}{2} \right)_{\text{lam}} \left[\int_0^{\frac{s_H}{l}} \left(\frac{w_K}{w_2} \right)^5 d\left(\frac{s}{l} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}^{\frac{5}{4}} \quad (2)$$

berechnet. Dabei bedeuten c_f den Reibungsbeiwert der ebenen, mit der Geschwindigkeit w_2 längs angeströmten Platte von der Länge l , w_2 die als Bezugsgeschwindigkeit gewählte Abströmgeschwindigkeit und $w_{2\text{kor}}$ die Abströmgeschwindigkeit, welche die infolge der Verdrängungswirkung der Grenzschicht korrigierte Potentialströmung liefert. Die Größe C berücksichtigt die laminare Vorstrecke. Es wird angenommen, daß bis zur Hinterkante keine Ablösung erfolgt. Bezeichnet man als Verlustbeiwert ζ_{v_2} die auf den Staudruck der Abströmgeschwindigkeit $w_{2\text{kor}}$ bezogene Gesamtdruckdifferenz Δg zwischen der Strömung vor dem Gitter und der homogenen Strömung weit hinter dem Gitter, also

$$\zeta_{v_2} = \frac{\Delta g}{\frac{1}{2} \rho w_{2\text{kor}}^2}, \quad (3)$$

so erhält man mit den aus Gl (1) und Gl (2) für Ober- und Unterseite ermittelten Werten der Impulsverlustdicke:

$$\zeta_{v_2} = \frac{2}{\sin \beta_{2\text{kor}}} \frac{l}{t} \left[\left(\frac{\vartheta_H}{l} \right)_{\text{ob.}} + \left(\frac{\vartheta_H}{l} \right)_{\text{unt.}} \right]. \quad (4)$$

Hierbei ist $\beta_{2\text{kor}}$ der zur Geschwindigkeit $w_{2\text{kor}}$ gehörige Abströmwinkel. Die Korrektur der Potentialströmung rührt her von der Verdrängungswirkung der

Grenzschicht, die auf der Saugseite wesentlich stärker ist als auf der Druckseite und daher eine Verkleinerung der effektiven Profilwölbung und damit in jedem Falle eine Abminderung der Umlenkung zur Folge hat. Die Abänderung der korrigierten Potentialströmung zur wirklichen Strömung beruht auf Energieverlusten (Carnotsche Stoßverluste), die dadurch auftreten, daß der durch die Grenzschicht erzeugte Strömungsquerschnitt zwischen den Profilen an der Hinterkante eine plötzliche Erweiterung erfährt. Dieser Effekt ist bei Pumpengittern und Turbinengittern verschieden. Während beim Pumpengitter der „Wölbungseffekt“ noch verstärkt wird durch weitere Abnahme der Umlenkung, wird beim Turbinengitter die Umlenkung wieder größer, so daß in diesem Falle die beiden Reibungseffekte sich praktisch gegenseitig aufheben und in der wirklichen Strömung sich die Abströmverhältnisse nur sehr wenig von den potentialtheoretischen unterscheiden.

An den Formeln (1) bis (2) erkennt man die enge Beziehung zu der Grenzschichtströmung an der ebenen Platte. Bei vollaminarer oder vollturbulenter Strömung sind nämlich die Verlustbeiwerte des Schaufelgitters proportional den Reibungsbeiwerten der längsangeströmten ebenen Platte, für die bei glatter Oberfläche und der Abströmgeschwindigkeit w_2 gilt:

$$c_{f\text{lam.}} = 1,328 \left(\frac{w_2 \cdot l}{\nu} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (5)$$

$$c_{f\text{turb.}} = 0,074 \left(\frac{w_2 \cdot l}{\nu} \right)^{-\frac{1}{5}} \quad (6)$$

Daraus folgt über den Einfluß der Reynoldsschen Zahl auf die Verlustbeiwerte sofort

$$\zeta_{v_2} \sim \text{Re}^{-1/2} \quad \text{bei vollaminarer Strömung}$$

$$\text{und } \zeta_{v_2} \sim \text{Re}^{-1/5} \quad \text{bei vollturbulenter Strömung (vgl. [3]).}$$

4.2 Einfluß der Ablösung

Bisher wurde vorausgesetzt, daß die Strömung bis zur Hinterkante nicht ablöst. Häufig liegen jedoch die günstigsten Gitteranordnungen in einem Bereich, bei dem bereits geringe Grenzschichtablösung an der Hinterkante auftritt. Nach [15] kann man aus dem Verlauf der Impulsverlustdicke längs der Kontur einen Formparameter für die Grenzschichtprofile bestimmen und daraus den Ablösungspunkt ermitteln. Für nur geringe Ablösung der Grenzschicht in der Nähe der Hinterkante wurde in [3] eine Abschätzungsformel für die zusätzlich durch Ablösung auftretenden Strömungsverluste gegeben. Danach gilt statt der Gl (4)

$$\zeta_{v_2} = \frac{2}{\sin \beta_{2\text{kor}} l} \left[\left(\frac{\partial H}{\partial l} \right)_{\text{ob.}} + \left(\frac{\partial H}{\partial l} \right)_{\text{unt.}} + \frac{\partial A}{l} \right]. \quad (7)$$

Für den Anteil $\partial A/l$ infolge Ablösung gilt dabei nach [3]:

$$\frac{\partial A}{l} = \frac{1}{2} \frac{y_{AA}}{l} \left[\left(\frac{w_A}{w_{1\text{kor}}} \right)^2 - 0,9 \right]. \quad (8)$$

wobei y_{dA} die halbe Profildicke an der Ablösungsstelle und w_A die dort vorliegende Geschwindigkeit der Potentialströmung bedeutet. Außer von der Ablösung werden die Verlustbeiwerte und deren Reynoldszahlabhängigkeit im wesentlichen noch vom Umschlagpunkt laminar-turbulent und der Oberflächenbeschaffenheit der Profile bestimmt, worüber im folgenden noch einige Angaben gemacht werden sollen.

4.3 Einfluß des Umschlagpunktes laminar-turbulent

Nach Gl (1) und (2) geht die Lage des Umschlagpunktes in die Berechnung der Verlustbeiwerte sehr stark ein. Mit zunehmender Reynoldszahl wandert der Umschlagpunkt nach vorn und vergrößert damit den turbulenten Teil der Grenzschicht, was eine Erhöhung der Verluste zur Folge hat. Wie noch später an den Rechenbeispielen gezeigt wird, wirkt sich ein Vorrücken des Umschlagpunktes im hinteren Bereich der Profiltiefe, wo die Grenzschicht schon stark angewachsen ist, sehr viel stärker auf die Erhöhung der Verluste aus, als wenn dieses Vorrücken im vorderen Teil der Profiltiefe geschieht. Bei Druckverteilungen mit laminarer Ablösung dicht hinter der Profilnase ist daher der Einfluß des Umschlagpunktes auf die Verluste von sehr geringer Bedeutung. Jedoch für Druckverteilungen, bei denen lange laminare Laufstrecken möglich sind, können infolge des Wanderns des Umschlagpunktes bei Erhöhung der Reynoldszahl die Verluste sogar zunehmen, wie das Beispiel in Abb. 3 zeigt.

Neben der Druckverteilung sind vor allem die Oberflächenrauigkeit der Schaufelkonturen und der Turbulenzgrad der Zuströmung $Tu^1)$ von entscheidendem Einfluß [2]. Eine allgemein gültige Methode zur Berechnung des Umschlagpunktes existiert wegen der sehr komplizierten Vorgänge bei der Turbulenzentstehung bis heute noch nicht [2], [16]. Für Profilkonturen mit glatter Oberfläche und für sehr geringen Turbulenzgrad der Zuströmung wurde

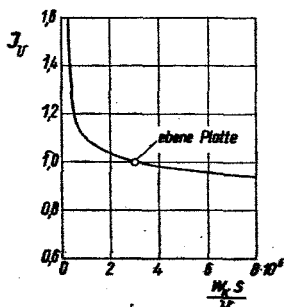


Abb. 8. Universelle Kurve J_D ($w_A s/\nu$) zur Bestimmung des Umschlagpunktes laminar-turbulent bei glatter Oberfläche nach [17].

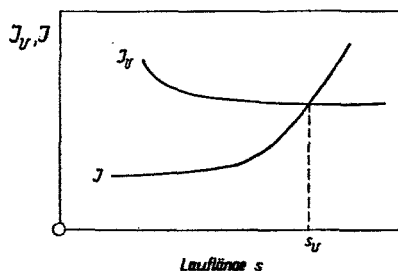


Abb. 9. Zur Bestimmung des Umschlagpunktes laminar-turbulent nach [17]. J errechnet sich aus Gl (9), J_D ist die universelle Kurve von Abb. 8. s_U = Lage des Umschlagpunktes.

¹⁾ Unter dem Turbulenzgrad $Tu = \sqrt{u'^2}/U$ versteht man das Verhältnis der turbulenten Schwankungsbewegung zur Grundströmungsgeschwindigkeit. Dabei wird die Schwankungsbewegung gekennzeichnet durch die Wurzel aus dem zeitlichen Mittelwert der quadrierten turbulenten Schwankungsgeschwindigkeiten.

in [17] ein empirisch gewonnenes Verfahren zur Berechnung des Umschlagpunktes angegeben. Danach muß aus der gegebenen Geschwindigkeitsverteilung der Wert

$$J(s) = \frac{\int_0^s w_K^6(s') ds'}{w_K^6 s} \quad (9)$$

längs der Kontur s bestimmt und mit der in Abb. 8 dargestellten, universell gültigen Kurve $J_U(w_K s/\nu)$ zum Schnitt gebracht werden. Trägt man nach Abb. 9 beide Werte J und J_U über der Lauflänge auf, so liefert der Schnittpunkt der Kurven gerade die Stelle s_U des Umschlagpunktes. Für die ebene Platte ergibt sich nach dieser Vorschrift für $J(s)$ der konstante Wert $J = 1$, welchem die für sehr kleine Turbulenzgrade gültige kritische Reynoldszahl von $Re = w_K \cdot s_U/\nu = 3 \cdot 10^6$ ($Tu < 0,001$) entspricht.

Mit zunehmendem Turbulenzgrad wandert der Umschlagpunkt an der Platte nach vorn, und in demselben Sinne wird auch der Umschlagpunkt im Schaufelgitter vom Turbulenzgrad der Zuströmung beeinflusst. Jedoch sind Untersuchungen dieses Einflusses der Strahlurbulenz auf die Strömungsverluste im Schaufelgitter bisher nicht bekannt. Auch die Abhängigkeit des Umschlagpunktes von der Oberflächenrauigkeit läßt sich nur durch experimentelle Untersuchungen klären. Zwar ist bekannt, daß mit zunehmender Rauigkeitshöhe der Umschlagpunkt nach vorn rückt; jedoch ist dieses Verhalten sehr stark von der vorliegenden Druckverteilung abhängig, vgl. [18], [19].

4.4 Einfluß der Oberflächenrauigkeit

Neben der Förderung des Umschlages laminar-turbulent kann die Oberflächenrauigkeit auch unmittelbar eine Vergrößerung der Reibungsverluste hervorrufen, falls nämlich eine bestimmte Rauigkeitshöhe (zulässige Rauigkeitshöhe) überschritten wird [4], [18], [20]. Wegen der veränderlichen Geschwindigkeit längs der Kontur ist eine genaue Angabe dieser zulässigen Rauigkeitshöhe sehr schwer. Sie wird jedenfalls mit steigender Reynoldszahl kleiner.

Übersteigt die vorhandene Rauigkeitshöhe die zulässige um ein Vielfaches, oder was dasselbe bedeutet, nimmt für eine gegebene Rauigkeitshöhe die Reynoldszahl sehr große Werte an, dann gelangt man in den vollrauen Bereich der turbulenten Strömung, in welchem der Reibungswiderstand überhaupt nicht mehr von der Reynoldszahl, sondern nur noch von der Rauigkeit abhängig ist. Für den Wert c_f in Gl (1) gilt dann nach [2]:

$$c_{f\text{rauh}} = \left[1,89 + 1,62 \log \frac{s}{k_s} \right]^{-2,5} \quad (10)$$

Das heißt mit anderen Worten: Der im vollrauen Bereich (sehr große Reynoldszahlen) auftretende Verlustbeiwert eines Schaufelgitters verhält sich zum Verlustbeiwert bei glatter Oberfläche wie der Widerstandsbeiwert der mit gleicher Rauigkeit versehenen rauhen Platte zu dem der glatten Platte. Eine weitere Erhöhung der Verluste infolge Rauigkeit ergibt sich aus der Tatsache, daß bei rauher Wand die Ablösung der Strömung früher einsetzt.

5. Vergleich von Theorie und Messung¹⁾

An einem Beispiel soll gezeigt werden, inwieweit man auf rein theoretischem Wege die aus Messungen bekannte Abhängigkeit der Verluste von der Reynoldszahl vorausberechnen kann. Gewählt wurde die in Abb. 1 dargestellte Gitteranordnung mit einem stark gewölbten dicken Turbinengitterprofil. Das Teilungsverhältnis betrug $t/l = 1,0$, der Schaufelwinkel $\beta_s = 50^\circ$ und der

Zuströmwinkel $\beta_1 = 90^\circ$ und $\beta_1 = 135^\circ$. Die potentialtheoretischen Druckverteilungen für diese Anordnungen wurden in [21] mit den Methoden der konformen Abbildung berechnet. Sie sind in Abb. 10 wiedergegeben. Es wurden mit Absicht diese Turbinengitteranordnungen gewählt, weil hierbei wegen der starken Beschleunigungen zwischen den Schaufeln die Grenzschichtdicken klein sind und sich wegen der oben erläuterten Gründe eine Reibungskorrektur der Abströmwinkel erübrigt. Es wurde also $\beta_{2\text{kor}} = \beta_2 = 21,2^\circ$ gesetzt, vgl. [21].

In Übereinstimmung mit den Beobachtungen bei den Vergleichsmessungen wurde bei den Rechnungen zugrunde gelegt, daß die Unterseite bis zur Hinterkante voll laminar bleibt, während auf der Oberseite der Umschlagpunkt ziemlich genau beim

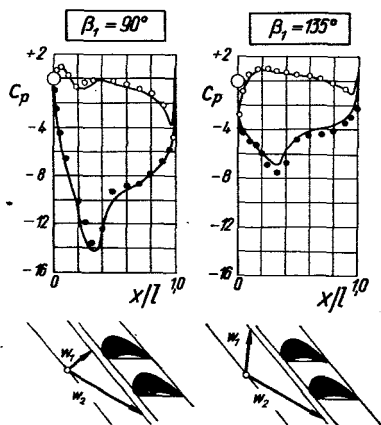


Abb. 10. Druckverteilungen für die Turbinengitteranordnung von Abb. 1 bei den Zuströmwinkeln $\beta_1 = 90^\circ$ und $\beta_1 = 135^\circ$ nach [21].
 $C_p = (p - p_1)/q_1$, Messung bei $Re_2 = 4 \cdot 10^5$.

Geschwindigkeitsmaximum liegt. Abb. 11 zeigt den Vergleich zwischen Theorie und Messung für den Zuströmwinkel $\beta_1 = 135^\circ$. Aufgetragen ist der auf die Abströmgeschwindigkeit bezogene Verlustbeiwert als Funktion

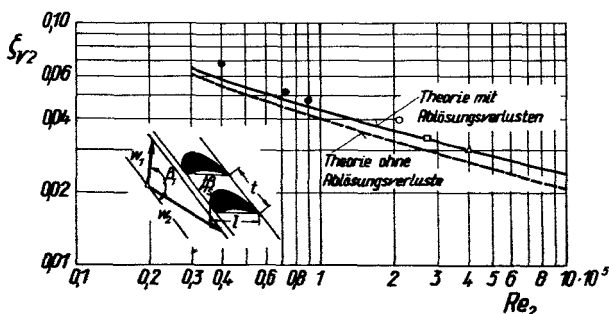


Abb. 11. Verlustbeiwert $\epsilon_{v2} = \Delta q/q_{1st}$ des Turbinengitters nach Abb. 1 in Abhängigkeit von der Reynoldszahl $Re_2 = w_2/l \cdot \nu$. Zuströmwinkel $\beta_1 = 135^\circ$.

— Theorie nach Gl (7)
 - - - Theorie nach Gl (4)

● $l = 30$ mm
 ○ $l = 80$ mm

□ $l = 90$ mm
 △ $l = 160$ mm

¹⁾ Die in diesem Abschnitt mitgeteilten Rechen- und Meßergebnisse stammen zum überwiegenden Teil aus der Diplom-Arbeit von Herrn cand. mach. J. Riechardt, die im Jahre 1956 am Institut für Strömungsmechanik der T. H. Braunschweig (Leiter: Prof. Dr. H. Schlichting) durchgeführt wurde.

der Reynoldszahl. Die eingetragenen Meßergebnisse wurden an verschiedenen Gitterversuchsständen des Instituts für Strömungsmechanik der T. H. Braunschweig gewonnen. Zur Variation der Reynoldszahl ist sowohl die Geschwindigkeit als auch die Profiltiefe geändert worden. Um auch bei den sehr kleinen Reynoldszahlen einen Umschlag in die turbulente Strömung zu

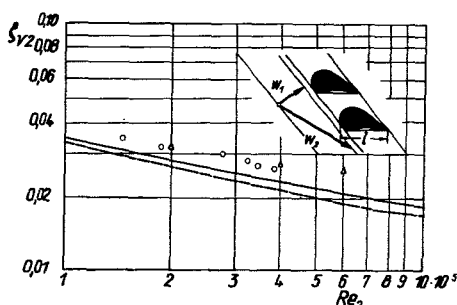


Abb. 12. Verlustbeiwert $\zeta_{v2} = \Delta p / q_{2th}$ des Turbinengitters nach Abb. 1 in Abhängigkeit von der Reynoldszahl $Re_2 = w_2 l / \nu$. Zuströmwinkel $\beta_1 = 90^\circ$.

— Theorie nach Gl (7)
 - - - Theorie nach Gl (4)

○ $l = 80 \text{ mm}$
 Δ $l = 160 \text{ mm}$

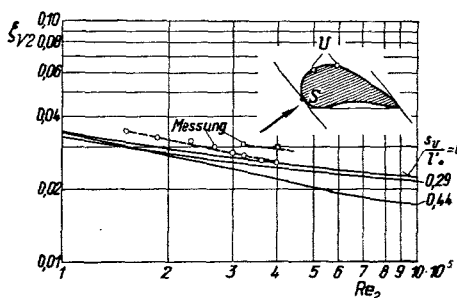


Abb. 13. Verlustbeiwert $\zeta_{v2} = \Delta p / q_{2th}$ des Turbinengitters nach Abb. 1 in Abhängigkeit von der Reynoldszahl $Re_2 = w_2 l / \nu$ für verschiedene Lagen s_U / l' des Umschlagpunktes laminar-turbulent. $\beta_1 = 90^\circ$. $l' =$ Konturlänge der Saugseite vom Staupunkt bis zur Hinterkante, $l' = 1,4 \cdot l$, $s_U =$ Lage des Umschlagpunktes. Theorie nach Gl (7), Messung: $l = 80 \text{ mm}$

○ $s_U / l' = 0,44$

□ $s_U / l' = 0,29$

bekommen, war der Turbulenzgrad der Zuströmung durch vorgeschaltete Drahtmaschengitter erhöht worden. Die gestrichelte Kurve ist nach Gl (3) berechnet worden, während mit Berücksichtigung einer Ablösung von etwa 10 % der Profiltiefe vor der Hinterkante sich nach Gl (6) die ausgezogene Kurve ergibt. Die Übereinstimmung dieser Kurve mit den Messungen ist recht gut. Derselbe Vergleich für diese Gitteranordnung mit dem Zuströmwinkel $\beta_1 = 90^\circ$ ist in Abb. 12 dargestellt. Auch hier wird der Verlauf des Verlustbeiwertes als Funktion der Reynoldszahl von der Theorie richtig wiedergegeben.

Für diesen Fall ($\beta_1 = 90^\circ$) wurde in der Rechnung auch noch die Lage des Umschlagpunktes variiert. Abb. 13 zeigt für drei verschiedene Lagen des Umschlagpunktes ($s_U / l' = 0$; 0,29 und 0,44) die Verlustbeiwerte über der Reynoldszahl, gerechnet nach Gl (6).

Wie schon oben näher ausgeführt, bewirkt eine Änderung von $s_U/l' = 0,44$ auf $s_U/l' = 0,29$ eine wesentlich größere Erhöhung der Verluste als eine Änderung von $s_U/l' = 0,29$ auf $s_U/l' = 0$. Der vordere Teil besitzt nur eine sehr dünne Grenzschicht, so daß er auf den Gesamtverlust nur wenig Einfluß hat unabhängig davon, ob laminare oder turbulente Strömung vorliegt. Dieselbe Erhöhung der Verluste durch Vorrücken des Umschlagpunktes zeigen auch die Messungen, die bei einem durch einen Stolperdraht künstlich hervorgerufenen Umschlag durchgeführt wurden.

Im ganzen zeigt sich eine sehr befriedigende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment. Solange keine oder nur sehr geringe Ablösung auftritt, läßt sich der Reynoldszahleinfluß auf die Strömungsverluste ziemlich genau theoretisch erfassen.

6. Zusammenfassung

Über den Einfluß der Reynoldszahl auf die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgittern kann folgendes festgestellt werden:

1. Von entscheidender Bedeutung für den Reynoldszahleinfluß ist die Druckverteilung und die daraus eventuell folgenden Ablösungserscheinungen am Profil. Im allgemeinen ändern sich die Verlustbeiwerte sehr stark mit der Reynoldszahl mit Ausnahme von Anordnungen, bei denen auf Grund einer sehr ungünstigen Druckverteilung in jedem Fall Ablösung auftritt, so daß die Verlustbeiwerte bei wachsender Reynoldszahl bis auf einen Sprung vom unterkritischen zum überkritischen Wert konstant bleiben.
2. Bei den in Strömungsmaschinen üblichen Gitteranordnungen nehmen die ebenen Verluste stark ab, wenn die Reynoldszahl zunimmt. Dabei durchläuft im allgemeinen das Strömungsbild drei verschiedene Stadien: laminares Ablösen bei kleinen Reynoldszahlen, laminares Ablösen mit turbulentem Wiederanlegen bei mittleren Reynoldszahlen und natürlicher Umschlag laminar-turbulent, evtl. mit turbulentem Ablösen in Hinterkantennähe bei großen Reynoldszahlen.
3. Der Umschlagpunkt laminar-turbulent wandert mit zunehmender Reynoldszahl nach vorn, was eine Erhöhung der Verluste zur Folge hat. Diese Zunahme wird meist überdeckt durch die gewöhnliche Abnahme der Verluste infolge steigender Reynoldszahl, außer, wenn die Verschiebung des Umschlagpunktes in dem hinteren Teil der Profiltiefe erfolgt. Im letzteren Fall kann es sogar zu einem Verlustanstieg kommen.
4. Die verlusterhöhende Wirkung einer vorgegebenen Oberflächenrauigkeit tritt erst oberhalb einer bestimmten Reynoldszahl auf (zulässige Rauigkeit). Bei weiter steigender Reynoldszahl werden die Verluste schließlich unabhängig von der Reynoldszahl (vollrauhe Strömung).
5. Solange keine oder nur geringe Ablösung in Hinterkantennähe auftritt, läßt sich der Reynoldszahleinfluß auf die Strömungsverluste in Schaufelgittern mit den Methoden der Grenzschichttheorie sehr gut berechnen.

Literatur

- [1] *H. Schlichting*: Berechnung der reibungslosen inkompressiblen Strömung für ein vorgegebenes ebenes Schaufelgitter. VDI-Forschungsheft 447 (1955).
- [2] *H. Schlichting*: Grenzschicht-Theorie. Verlag G. Braun, Karlsruhe, 3. Auflage (1958).
- [3] *L. Speidel, N. Scholz*: Untersuchungen über die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgittern. VDI-Forschungsheft 464 (1957).
- [4] *H. Davis, H. Kottas, A. M. G. Moody*: The influence of Reynolds Number on the performance of turbomachinery. Transactions of the ASME 73 (1951), 499—509.
- [5] *E. Eckert*: Axialkompressoren und Radialkompressoren. Springer-Verlag, Berlin, Göttingen, Heidelberg (1953).
- [6] *K. Gersten*: Experimenteller Beitrag zum Reibungseinfluß auf die Strömung durch ebene Schaufelgitter. Abhandlungen der BWG, VII (1955), 93—99.
- [7] *A. L. Jaumotte, P. Devienne*: Influence du nombre de Reynolds sur les pertes dans les grilles d'aubes. Technique et Science Aéronautiques, 5 (1956), 227—232; vgl. auch Actes de IX^e Congrès International de Mécanique Appliquée, 1957, Tome II, 233—244.
- [8] *E. N. Jacobs, A. Sherman*: Airfoil section characteristics as affected by variations of the Reynolds Number. NACA-Rep. 586 (1937).
- [9] *D. E. Gault*: A correlation of low-speed, airfoil-section stalling characteristics with Reynolds Number and airfoil geometry. NACA TN 3963 (1957).
- [10] *A. D. Young, H. B. Squire*: A review of some stalling research. (Appendix: Wing sections and their stalling characteristics.) ARC-Report 2609 (1951).
- [11] *L. F. Crabbree*: Effects of leading-edge separation on thin wings in two-dimensional incompressible flow. Journ. Aer. Sci. 24 (1957), 597—604.
- [12] *H. G. Rhoden*: Effects of Reynolds Number on the flow of air through a cascade of compressor blades. ARC-Report 2919 (1956).
- [13] *D. J. K. Stuart*: Analysis of Reynolds Number effects in fluid flow through two-dimensional cascades. ARC-Report 2920 (1956).
- [14] *G. Muesmann*: Zusammenhang der Strömungseigenschaften des Laufrades eines Axialgebläses mit denen eines Einzeiflügels. Dissertation der T. H. Braunschweig (1958); Zeitschr. Flugwissen 6 (1958), 345—362.
- [15] *E. Truckenbrodt*: Ein Quadraturverfahren zur Berechnung der laminaren und turbulenten Reibungsschicht bei ebener und rotationssymmetrischer Strömung. Ing.-Arch. 20 (1952), 211—228.
- [16] *H. Schlichting*: Einfluß der Turbulenz und der Reynoldsschen Zahl auf die Tragflügeleigenschaften. Ringbuch der Luftfahrttechnik, Band I, A 1 (1937).
- [17] *R. Michel*: Détermination du point de transition et calcul de la traînée des profils d'ailes en incompressible. ONERA-Publication No. 58 (1952).
- [18] *L. Speidel*: Einfluß der Oberflächenrauigkeit auf die Strömungsverluste in ebenen Schaufelgittern. Forsch. Ing. Wes. 20 (1954), 129—140.
- [19] *E. G. Feindt*: Untersuchungen über die Abhängigkeit des Umschlages laminar-turbulent von der Oberflächenrauigkeit und der Druckverteilung. Jahrbuch der Schiffbautechnischen Gesellschaft 50 (1956), 180—205.
- [20] *B. Hudimoto, S. Kubota*: The wind tunnel tests of the steam- and gasturbine blades. Bulletin of JSME (Japan Society of Mechanical Engineering), Vol. 1 (1958), 50—57.
- [21] *G. Hubert*: Berechnung der Druckverteilung von ebenen Schaufelgittern mit stark gewölbten Profilen. Abhandlungen der BWG, Bd. IX (1957), 106—114.
- [22] *L. E. Walker, W. A. Fleming*: Reynolds Number effect on axial flow compressor performance. NACA RM E9G11 (1949).
- [23] *R. Rotzoll*: Untersuchungen an einer langsamläufigen Kreiselpumpe bei verschiedenen Reynoldszahlen. Konstruktion 10 (1958), 121—130.
- [24] *J. Neustein*: Experiments at low Reynolds Numbers. California Institute of Technology, Report No. 6 (1957).